

TAREA 7 – TOPOLOGÍA

PROFESOR: PEDRO MONTERO, AYUDANTE: SEBASTIÁN FUENTES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA

Fecha de entrega:¹ Hasta el DOMINGO 7 DE JULIO DE 2024 A LAS 23H59.

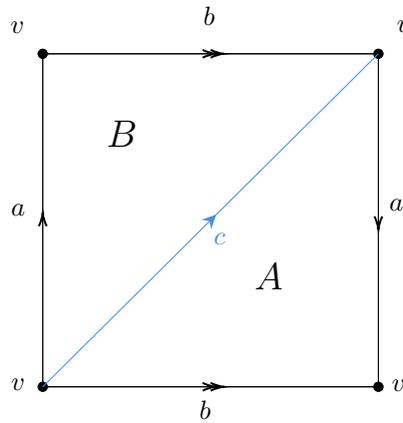
Esta Tarea debe ser realizada **individualmente**.

Problema 1

Sea $n \in \mathbf{N}^{\geq 1}$. Calcule todos los grupos de cohomología $H^i(\mathbf{P}^n(\mathbf{R}), G)$ para $G = \mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$, $G = \mathbf{Z}$ y $G = \mathbf{R}$.

Problema 2

Considere la botella de Klein K , con estructura de Δ -complejo dada por



Describa explícitamente el producto cup $\cup : H^i(K; \mathbf{Z}) \times H^j(K; \mathbf{Z}) \rightarrow H^{i+j}(K; \mathbf{Z})$ para todos $i, j \in \mathbf{N}$.

Indicación: Recuerde que $\text{Hom}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}, \mathbf{Z}) = 0$.

Bonus (10 puntos): Determine el anillo de cohomología $H^*(K; \mathbf{F}_2)$.

Problema 3

Sea $X = \mathbf{S}^1 \times \mathbf{S}^1$ el toro real 2-dimensional y sea $Y = \mathbf{S}^2 \vee \mathbf{S}^1 \vee \mathbf{S}^1$. Pruebe que X e Y tienen los mismos grupos de cohomología con coeficientes en \mathbf{Z} , pero **distintos** anillos de cohomología con coeficientes en \mathbf{Z} .

Problema 4

Calcule todos los grupos de cohomología $H^i(\mathbf{P}^1(\mathbf{C}) \times \mathbf{P}^1(\mathbf{C}); \mathbf{Z})$ de la variedad 4-dimensional $\mathbf{P}^1(\mathbf{C}) \times \mathbf{P}^1(\mathbf{C})$.

Indicación: Puede usar directamente los cálculos de homología de CW-complejos de la Ayudantía 10.

¹Factor de retraso: 0.7 por 1 día de retraso, 0.55 por 2 días de retraso, 0.01 por 3 días de retraso.