Ayudantía 7 Estructuras Algebraicas MAT214

Universidad Técnica Federico Santa María

22 de abril de 2019

1. Sea $\phi : G \to GL_n(F)$ una representación matricial. Pruebe que el mapeo $g \mapsto \det(\phi(g))$ es una representación de grado 1.

2. Sea G un grupo finito y sea H un subgrupo normal de G y sea $\pi : G \to G/H$ la proyección canónica. Sea ρ una representación compleja de G/H.

   a) Muestre que $\rho \circ \pi$ es una representación de G.

   b) Muestre que ρ es irreducible si y solamente si $\rho \circ \pi$ es irreducible.

3. Encuentre la tabla de caracteres del grupo $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$.

4. Encuentre la tabla de caracteres del grupo $\mathbf{H}$ de cuaterniones, para esto:

   a) Encuentre las clases de equivalencia.

   b) Encuentre $\mathbf{H}/Z(\mathbf{H})$ y concluya con respecto a sus representaciones irreducibles de grado 1.

   c) Encuentre el número de representaciones irreducibles y los órdenes que deben tener. Encuentre por medio de las relaciones de ortogonalidad los caracteres.

5. Sea V un subespacio complejo, sea G un grupo y sea (V, ρ) un representación del grupo G. Suponga que existe $v \in V$ tal que $\{\rho(g)v \mid g \in G\}$ forma una base para V. Muestre que (V, ρ) es isomorfa a la representación regular de G.