Ayudantía 6 Estructuras Algebraicas MAT214

Universidad Técnica Federico Santa María

15 de abril de 2019

1. Asuma que el grupo finito G tiene dos series de composición

$$\{e\} = N_0 \trianglelefteq N_1 \trianglelefteq \cdots \trianglelefteq N_r = G \quad \{e\} = M_0 \trianglelefteq M_1 \trianglelefteq M_2 = G$$

   Demuestre que $r = 2$ y que las series de composición son las mismas.

2. Pruebe que $\mathbb{Z}$ no admite una serie de composición. Pruebe que si G es un grupo abeliano cíclico infinito, entonces no tiene una serie de composición.

3. *a*) Sea $M_2(\mathbb{C})$ la $\mathbb{C}$-álgebra de las matrices de 2×2 con coeficientes en $\mathbb{C}$ y $\mathbf{H}$ la $\mathbb{R}-$álgebra de cuaterniones. Muestre que las $\mathbb{C}-$álgebras $M_2(\mathbb{C})$ y $\mathbf{H} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$ son isomorfos.

   b) Muestre que $\mathbf{H} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbf{H}$ es un isomorfo a $M_4(\mathbb{R})$.

4. Sean U y V espacio vectoriales sobre un cuerpo $\mathbb{K}$. Notamos que $U^* = \mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(U, \mathbb{K})$ el dual de U^*. Explicite una aplicación lineal inyectiva $\Phi : U^* \otimes_{\mathbb{K}} V \to \mathrm{Hom}_{\mathbb{K}}(U, V)$. ¿Cuáles son las imágenes de la aplicación Φ? ¿Cuándo es un isomorfismo?

5. Encuentre una representación como matrices alternantes en $\mathbb{C}^n$ del grupo S_n.