

1. Sea $\varphi : H \rightarrow G$ un morfismo de grupos y $\rho : G \rightarrow GL(V)$ una representación. Pruebe que $\rho \circ \varphi$ es una representación.

2. Sea $\varphi \in GL(V)$ y $\rho : G \rightarrow GL(V)$ una representación. Pruebe que

$$\begin{aligned}\rho' : G &\rightarrow GL(V) \\ \rho'_g &:= \varphi \circ \rho \circ \varphi^{-1}\end{aligned}$$

es una representación y es isomorfa a ρ .

Un morfismo entre representaciones (V, ρ_V) y (W, ρ_W) es una función $\varphi : V \rightarrow W$ tal que

$$\varphi \circ \rho_V(g) = \rho_W(g) \circ \varphi$$

para todo $g \in G$.

Es isomorfismo si φ es isomorfismo.

3. Sea $h \in H$ y $\rho : G \rightarrow GL(V)$ una representación. Pruebe que

$$\begin{aligned}\rho' : G &\rightarrow GL(V) \\ \rho'_g &:= \rho_{hgh^{-1}}\end{aligned}$$

es una representación.

4. Sea $\varphi : GL(V) \rightarrow GL(W)$ un morfismo de grupos y $\rho : G \rightarrow GL(V)$ una representación. Pruebe que

$$\rho' : G \rightarrow GL(W)$$

$$\rho'_g := \varphi(\rho_g)$$

es una representación.

5. Sea $\rho : G \rightarrow GL_n(\mathbb{C})$ una representación. Pruebe que $\rho'_g := \det(\rho_g)$ es una representación de grado 1.

6. Encuentre una base del espacio \mathbb{R} -vectorial $\mathbb{R}^1 \otimes \mathbb{R}^1$.

7. Encuentre una base del espacio \mathbb{R} -vectorial $\mathbb{R}^2 \otimes \mathbb{R}^2$.

8. En $\wedge^2 \mathbb{R}^2$, calcule

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$