

Ayudantía 8

Sea I un ideal de un anillo A .

1. Pruebe que $1 \in I \iff I = A$.

2. Pruebe que $x \in I \implies \langle x \rangle \subseteq I$.

3. Pruebe que $I + I = I$.

4. Pruebe que $\langle x, y \rangle = \langle x \rangle + \langle y \rangle$.

5. Pruebe que $\sqrt{\langle x^2 \rangle} = \langle x \rangle$ en $\mathbb{C}[x]$.

6. Calcule $\mathcal{I}(V(x^2))$ de manera directa y usando Hilbert Nullstellensatz en \mathbb{A}^1 . Vealo graficamente.

7. Pruebe que $V(S) = V(I) = V(\sqrt{I})$ donde $I = \langle S \rangle$.

Extra:

$$\sqrt{I} = \bigcap_{\substack{p \text{ ideal primo} \\ I \subseteq p}} p$$

Es decir, para calcular $V(I)$, solo es necesario conocer $\{p \text{ ideal primo} : I \subseteq p\}$.

En general, para calcular $V(S)$, solo es necesario conocer $\{p \text{ ideal primo} : S \subseteq p\}$.